気圧変動および潮汐に伴う地下水の質量移動

古本宗充・田中俊行
（公財）地震予知総合研究振興会　東濃地震科学研究所

１．はじめに

地下水の挙動の問題は，地下水の利用など産業や環境問題の観点だけでなく，断層運動など地下活動の観点からも重要である．しかしながら現象の速度が遅いことが多いことや，そもそも測定が難しい地下での現象であることなどから，その観測や解析には難しい点が多い．また地下の岩体の応力や歪みとカップリングした形で流体圧や質量移動が起きている．そのため理論的な解析を行うとしても，多孔質というミクロスケールで複雑な内部構造を持つ物質について，マクロスケールの岩体の弾性だけでなく流体の流入・流失を考慮した議論を行う必要がある（例えば， Wang，2000)．

これまで具体的な問題について理論的な解析が多くなされてきている．例えば，気圧変動や固体潮汐に伴う井戸水位の変動などである（Bredehoeft，1967；Rojstaczer，1988；Rojstaczer and Riley，1990，細谷・徳永，2003)．その多くの場合，流体を表現するパラメータとして間隙水圧 p について解析がおこなわれている．その主要な理由は，地下水の挙動を観測する場合，井戸の水位変化を利用する場合が多いからと想像される．「水位」とは言え，気圧変動や潮汐など比較的短周期での井戸水位変化は，地下岩体中の地下水面の上下変動を示すものではなく，間隙水圧に対応した変動である．よってデータの解析に利用できるパラメータも間隙水圧であることが多い．

固体の変動を扱う場合，利用するパラメータは変位 u，歪み ε ，そして応力 σ などである．同様に多孔質媒体内の流体のパラメータとしては，多く利用される間隙水圧 p の他にも，媒体の単位体積あたりの流体体積変化（質量変化に相当する量） ζ や流体のダルシー速度 q などが利用できる．もちろんこれらのパラメータは各々独立ではない．

東濃地震科学研究所では，地下水の変動の監視も目的として，重力加速度の観測をおこなっている．重力加速度は物質の質量に関係するものであるから，こうした観測から得られるデータから地下水の変動を解析するには，間隙水圧 p よりも質量に関連する体積変化 ζ をパラメータとした方が都合が良いことになる．そこで本報告では，気圧変動や潮汐にともなう水の移動の問題を流体の体積変化 ζ の問題として考えることを目的とする．

２．間隙水圧の変動

最初に気圧変動や潮汐に伴う間隙水圧 p をみておこう(Wang，2000；細谷・徳永,2003)．その理由は．ここでの問題設定に関係する構成方程式や微分方程式の提示とともに，間隙水圧 p と体積変化 ζ の関係を用いて体積変化 ζ を導くための前段階になるからである．なお，以下の議論では，歪み ε と応力 σ は引張方向を正とする．一方間隙圧 p は圧縮を正とし，大気圧も増加する場合を正とする．本来は応力，水圧，そして気圧も同一の範疇に属する物理量であるので混乱が起きやすいが，符号を使い分けた方が直感的な議論をしやす

いことが多いからである．上下方向の軸である z 軸は下向きを正とする．また，以下の議論では応力や間隙水圧等の変数は絶対的な値ではなく，ある静岩圧や一定荷重状態などの平衡状態からの相対的なずれの量として考える．

水平方向に等方的な地下構造では，気圧による荷重や潮汐による現象は，上下方向の座標 z にだけ依存する一軸問題となる．この場合，水は上下方向にのみ移動することができる．岩体内の応力場とは分離した形で間隙圧 p の変化の式がかけ，以下のようになる．

$$\frac{\partial p}{\partial t} - c\nabla^2 p = -\frac{\alpha}{S}\frac{dg(t)}{dt} + \frac{Q}{S} \qquad (1)$$

ここで，c は拡散係数で，α は Biot-Willis の係数，Q は水の湧き出し量，そして S は一軸の場合の比貯留係数と呼ばれる量である．また，$g(t)$ は外部からの応力変化など対応する時間だけの関数である．各係数はそれぞれ物理的な意味を持ったものであり，かつ全部が独立な物理量ではないが，ここではその細かい中身や具体的数値には触れないことにする．気圧変動や潮汐では，水の湧き出しはないので，式(1)右辺で Q=0 である．また $g(t)$ は，後で見るように，外部から与えられた変動を表す．なお式(1)で $g(t)=0$ と置いた場合は，一定応力下での地下水流動の式として，地下水学の分野の基本的な微分方程式である．

角周波数 ω で振幅 p_0 の気圧変動による地下での応力を

$$\sigma_{zz} = -p_0 e^{i\omega t} \qquad (2)$$

とする．右辺にマイナス記号がついているのは，応力と気圧の符号の定義による．この時間変化を式(1)の右辺に持ち込むためには，以下のように考える．気圧変動により地下に空間的には一様な応力 σ_{zz} がかかる．この時地下の深い方では水の出入りがないはずである．このような非排水の時，応力と間隙水圧には

$$p = -\gamma\sigma_{zz} \qquad (3)$$

という比例関係になる．なお γ は loading efficiency と呼ばれる．そして地下深部では間隙圧は空間的に一様で，$\nabla^2 p = 0$ となるはずである．この条件を考えると，深部で式(3)が成り立つためには式(1)

の右辺は $\gamma\frac{d}{dt}\left(p_0 e^{i\omega t}\right)$ となる．一方 $g(t)$ は時間だけの関数であり，空間の関数ではないので，浅部でも同じでなければならない．変化するのは z 軸方向のみで，Q=0 なので，解くべき方程式は

$$\frac{\partial p}{\partial t} - c\nabla^2 p = \frac{\partial p}{\partial t} - c\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \gamma\frac{d}{dt}\left(p_0 e^{i\omega t}\right) \qquad (4)$$

となる．

境界条件は地表と地下深部で

$$p(0,t) = p_0 e^{i\omega t} \qquad (5)$$

$$p(\infty,t) = \gamma p_0 e^{i\omega t} \qquad (6)$$

である．この境界条件を満たす式(4)の解は

$$p(z,t) \ = \ \left\{\gamma + \ (1-\gamma)e^{-z\sqrt{\frac{\omega}{2c}}}e^{-iz\sqrt{\frac{\omega}{2c}}}\right\}p_0 e^{i\omega t} \qquad (7)$$

となる．

潮汐に対する応答の場合，式(4)に当たる微分方程式は

$$\frac{\partial p}{\partial t} \ - \ c\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \ = \ -2G\gamma\frac{d}{dt}(\ \varepsilon_{xx}+\varepsilon_{yy})e^{i\omega t} \qquad (8)$$

である．ここで Gは岩体の剛性率であり，$(\ \varepsilon_{xx}+\varepsilon_{yy})e^{i\omega t}$ は潮汐による面積歪みである．境界条件は

$$p(0,t) \ = 0 \qquad (9)$$

$$p(\infty,t) \ = \ -2G\gamma(\ \varepsilon_{xx}+\varepsilon_{yy})e^{i\omega t} \qquad (10)$$

である．そして解は(7)に対応して，

$$p(z,t) \ = \ -2G\gamma(1-e^{-z\sqrt{\frac{\omega}{2c}}}e^{-iz\sqrt{\frac{\omega}{2c}}})(\ \varepsilon_{xx}+\varepsilon_{yy})e^{i\omega t} \qquad (11)$$

と求められる．

３．水の移動量

岩石中の間隙内にある水の量の増減，つまり流体体積変化 ζは，岩体にかかる応力σと間隙水圧pの関数として，以下のように表すことができる(Wang，2000)．

$$\zeta \ = \ \frac{\alpha}{K}\sigma \ + \frac{\alpha}{KB}p \qquad (12)$$

ここで，Kは岩石の体積弾性率（排水条件），αはBiot-Willisの係数，そしてBはスケンプトン数である．これまでの議論で間隙流体圧pを得ている．また応力は問題設定（気圧変動，潮汐）により与えられている．これらを式(12)に代入することで，ζを求められる．

ζは単位体積あたりの値なので，地下でのある深さ以下の水の総量（単位面積当たり）は，その位置から下の領域の積分を行う必要がある．気圧変動による水の移動では，式(2)と(7)を(12)に代入したものを積分することになる．ただし式(2)は応力のzz成分だけであり，式(12)の応力は

$$\sigma \ = (\sigma_{xx}+\sigma_{yy}+\sigma_{zz})/3 \qquad (13)$$

である．本来は一軸圧縮での $\sigma_{xx}+\sigma_{yy}$ も求める必要がある．しかしながら，この部分を省略できる．式(7)の右辺の第１項は式(3)に等しい．この部分は非排水つまり水の移動を起こさない成分になる．結局水の移動を考えるには，式(7)の右辺の第２項だけを積分すれば良いことになる．よって単位面積当たりの水の増加量$m(t)$は

$$m(t) \ = \ \frac{\alpha}{KB}p_0 e^{i\omega t}\int_0^\infty (1-\gamma)e^{-z\sqrt{\frac{\omega}{2c}}}e^{-iz\sqrt{\frac{\omega}{2c}}} \ dz$$

$$= \frac{\alpha(1-\gamma)}{KB}\sqrt{\frac{c}{\omega}} \quad p_0 \ e^{i(\omega t \ -\pi/4)} \tag{14}$$

と求められる．ここで簡単のために，考えている上限の深さを z=0 つまり地表とした．

潮汐による水の移動量も同様にして，式(11)を使って

$$m(t) \ = \ \frac{2G\alpha\gamma}{KB}\sqrt{\frac{c}{\omega}} \ (\ \varepsilon_{xx}+\varepsilon_{yy}) \ e^{i(\omega t \ -\pi/4)} \tag{15}$$

と求められる．

上の議論では，いろいろな物性定数を各現象を表すのに使い，式(14)や(15)ではそのまま残してある．しかし，全ての定数が完全に独立ではない．例えば γ と B は似たような性質を表している．B は非排水において岩石にかかる応力と間隙圧の比

$$B = \ \frac{p}{\sigma}|_{\varsigma=0} \tag{16}$$

である．一方 γ は一軸圧縮での同様の比

$$\gamma = \frac{p}{\sigma_{zz}}|_{uni, \quad \zeta=0} \tag{17}$$

である．岩石全体としては，（非排水の）弾性体として振る舞うのであるから，弾性定数を介して両者の関係を表すことができる．例えば

$$\frac{\gamma}{B} \ = \ \frac{1+\nu_u}{1- \ \nu_u} \tag{18}$$

などである．ここで ν_u は，非排水の場合のポアソン比である．ただもともと流体を含む多孔性媒質の性質を記述するに，4 個の独立な定数が必要であるので，書き換えたとしても，単純な表現になるわけではない．式(15)では c も含めて 6 個の定数が現れているが，これを 4 個で表すことが可能なはずである．しかしその結果は複雑なものになる．例えば，式(18)の左辺と右辺のどちらが見通し良いかの問題であろう．

最も単純な形で書くと，気圧変動と潮汐による水の量の変動は

$$m(t) \ = \ \frac{A}{\sqrt{\omega}}F(\omega)e^{i(\omega t-\pi/4)} \tag{19}$$

となる．ここで，A は色々な物性定数をまとめた係数であり，$F(\omega)$ は気圧変動や潮汐の角周波数 ω での成分の振幅である．位相の部分に $-\pi/4$ があるので，水の応答は外力より 1/8 周期遅れることになる．また水の変化量は角周波数の 1/2 乗に反比例して小さくなる．これはゆっくりとした変動ほど水の総量変化の振幅が大きくなることを意味しており，予想されることである．また気圧の上昇及び潮汐により地殻が膨張するに伴い地下深部側での質量 m が増加する，つまり水が深い方に運ばれることを示している．

４．おわりに

上で述べたのはあくまで解析的なものであり，実際の測定によるものではなない．測定データを得ることができれば，推定した応答が正しいかどうかが分かるはずである．また(19)では A と一纏めにした係数であるが，他の測定データの解析結果と合わせて，岩体で

の地下水流動特性を知ることができる．例えば，気圧変動と井戸の水位変化を同時に行えば，両者の振幅比から loading efficiency　γを得ることができる．

最も意味のあるのは，水の移動量を推定できることであろう．最初でも述べたように東濃地震科学研究所では上下方向に離れた点で重力加速度の同時観測を行なっている（Tanaka and Honda, 2018）．これはMIUの観測孔を利用したものである．上下方向に比較的大き距離をとって，重力勾配を精度良く測定していることになる．上下に離れた二点の重力加速度の差は、その二点間に挟まれた岩体内での質量変化に敏感である．一方その和は下側の観測点より深い領域，もしくは上の観測点より高い領域の質量変化に敏感である．質量変化は降雨が表層付近に染み込むことのほか，ここで議論したような気圧変化や潮汐による地下水の上下方向の移動によって引き起こされる．こうした上下方向の移動は,重力加速度の変化として捉えられるはずである．今後ここで述べた結果と実測データを利用しながら，地下水の移動の様子を調べる予定である．

参考文献

Bredehoeft, 1967, Response of well-aquifer systems to earth tides, J. Geophys. Res., 84, 7510-7512.

細谷真一・徳永朋祥, 2003、間隙水圧の気圧変動応答、地球潮汐応答を用いた水理特性評価技術の展望、地下水学会誌、45, 299-318.

Rojstaczer, 1988, Determination of fluid flow propertyes from the response of water levels in wells to atmospheric loading, Water Resour. Res., 24, 1927-1938.

Rojstaczer and Riley, 1990, Response of the water level in a well to Earth tides and atmospheric loading under unconfined conditions, Water Resour. Res., 26, 1803-1817.

Tanaka, T and R. Honda, 2018, Vertical gravimeter array observation obtained using relative and absolute gravimeters and their performance in groundwater level monitoring, Earth Space Sci.,印刷中.

Wang, 2000, *Theory of Linear Poroelasticity*, pp287, Princeton University Press.