

# 内陸地殻内地震による強震動のエネルギー入力について

## 岐阜大学工学部社会基盤工学科 能島暢呂・山本大喜

### Energy Input of Strong Ground Motion Generated by Inland Crustal Earthquakes

Nobuoto Nojima and Taiki Yamamoto  
Department of Civil Engineering, Gifu University

#### 要旨

強震動が構造物応答にもたらす動的効果を明らかにすることを目的として、線形1自由度系へのエネルギー入力に着目し、累積エネルギー入力およびエネルギー入力率に基づく評価方法を提案した。4つの内陸地殻内地震による5観測波形を用いて、地震によるエネルギー入力に応答の時刻歴に与える影響や、地震動要素としてのパルス波形の作用、エネルギー入力の集中度合いなどについて考察を行った。

#### 1. はじめに

応答スペクトルは、入力地震動に対する線形1自由度系の最大応答値を周期ごとにスペクトル表示したものである。地震動の振幅特性と周期特性を同時に表現できることから、工学的に非常に重要な指標となっている。しかしながら、時刻歴応答における最大応答値のみに注目したものであるため、入力加速度と構造物応答の時刻歴上の関係性については考察の対象とされることは少ない。

一方、近年の強震観測網の発達により、内陸地殻内地震の震源断層近傍でパルス状の波形が観測され、構造物に大きな影響を及ぼすことが知られるようになった。地震動が構造物応答にもたらす動的効果を詳細に考察するには、構造物に作用する慣性力としての振幅・方向・タイミングおよび応答との相互関係を考慮する必要がある。こうした背景のもとで本研究では、振動系のエネルギーの釣り合い式<sup>1),2)</sup>から導かれる累積エネルギー入力<sup>1),2)</sup>およびエネルギー入力率<sup>3)</sup>に基づいて、強震動によるエネルギー入力に関する考察を行うものである。

#### 2. エネルギー入力率と累積エネルギーによる評価

線形1自由度系の振動の運動方程式は次式で表される。

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = -m\ddot{Z}_0 \quad (1)$$

ここに、 $m$ ：質点の質量、 $c$ ：減衰係数、 $k$ ：剛性、 $y$ ：質点の相対変位、 $\ddot{Z}_0$ ：地動加速度である。式(1)の両辺に微小時間 $dt$ における変位増分 $dy = \dot{y}d\tau$ を乗じて時刻0から $t$ まで積分し、 $m$ で除すると、単位質量あたりのエネルギーの釣り合い式<sup>1),2)</sup>が得られる。

$$\int_0^t \ddot{y}y d\tau + 2h\omega_0 \int_0^t \dot{y}^2 d\tau + \omega_0^2 \int_0^t y\dot{y} d\tau = - \int_0^t \ddot{z}_0 y d\tau \quad (2)$$

表 1: 検討した 5 地震記録

地震名	発生日時	M (MJ)	観測点	同コード	成分
1995 年兵庫県南部地震	1995 年 1 月 17 日	7.3	JMA 神戸		NS
2016 年熊本地震 (本震)	2016 年 4 月 16 日	7.3	KiK-net 益城	KMMH16	EW
			K-NET 一の宮	KMM004	EW
2004 年新潟県中越地震	2004 年 10 月 23 日	6.8	K-NET 小千谷	NIG019	EW
2007 年新潟県中越沖地震	2007 年 7 月 16 日	6.8	K-NET 柏崎	NIG018	EW

ここに、 $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ :固有円振動数、 $h = c/2\sqrt{mk}$ :減衰定数である。式 (2) の右辺は、地震動が時間  $t$  までに構造物に対して行う単位質量あたりの仕事 (累積エネルギー入力) <sup>2),3),4)</sup> を表す。また、その時間微分はエネルギー入力率 (仕事率) を表す <sup>3)</sup>。

$$E(T, t) = - \int_0^t \ddot{z}_0(\tau) \dot{y}(\tau) d\tau \quad (3)$$

$$e(T, t) = \dot{E}(T, t) = -\dot{z}_0(\tau) \dot{y}(\tau) \quad (4)$$

式 (4) の時刻歴を、あらゆる固有周期  $T$  に対してプロットしたものが「エネルギー入力率 (EIR: energy input rate) スペクトル」である <sup>3)</sup>。また、総エネルギー入力の速度換算値は「エネルギースペクトル」<sup>1),2)</sup> と呼ばれる。その概念を拡張して、地震による加振中の状態を表す式 (3) に適用して次式で求められるのが「累積エネルギースペクトル (速度換算値)」である。

$$V_E(T, t) = \sqrt{2E(T, t)} \quad (5)$$

以上の評価指標を用いて、本研究では、下記の 4 つの内陸地殻内地震で観測された 5 観測記録を対象 (表 1) とした事例を示す。減衰定数は  $h=5\%$  とする。図 1 に加速度波形と速度応答スペクトルを示す。

各観測記録における卓越周期に関する結果を図 2～図 6 に示す。なお、最大速度応答を与える時刻付近の動的挙動を詳しく見るため、加速度波形のピーク付近の 10 秒間を抽出して表示する。

### (1) JMA 神戸 (図 2, $T=0.87s$ )

図 2 に兵庫県南部地震の JMA 神戸 NS 波、 $T=0.87s$ ,  $h=0.05$  の例を示す。時刻  $t=8.6s$  の速度応答の局所的ピーク時に逆方向の最大加速度 (順方向の最大慣性力) が作用することで、エネルギー入力率  $e$  は急激に最大値に達している。これを挟んだ  $t=7.5 \sim 9s$  の間は、 $e$  がほぼ正値を保ち累積エネルギー入力  $E$  が急増している。時刻  $t=9 \sim 10s$  においては、 $e$  は負値が支配的で  $E$  は平均的に減少しており、この間、慣性力による「負の仕事」によって速度応答は抑制されている。時刻  $t=10 \sim 12s$  では、再び  $e$  は正値が支配的となり  $E$  が増加するが、上記ほど急激ではない。最大速度応答が生じた時刻  $t=8.9s$  がエネルギー入力率のピーク直後であり、地震終了までの総エネルギー入力の半分以上に達していることから、衝撃的な加速度入力による短時間内の応答を示しているといえる。

このように、加速度パルスの振幅と符号、および、速度応答の振幅と符号との複合作用が応答を支配することがわかる。

### (2) KiK-net 益城 (図 3, $T=1.05s$ )

時刻  $t=20 \sim 22s$  の約 2 秒間では、負のエネルギーが入力されることがほぼなく、応答が増幅されている。これに対応して、2 秒間で急激な累積エネルギー入力の増加が見られる。時刻  $t=22s$  以降は部分的に負のエネルギーが入力され応答が減衰している。累積エネルギー入力の変化は上記の 2 秒間と比較すると緩やかである。

(3) K-NET 一の宮 (図 4,  $T=3.16s$ )

時刻  $t=24 \sim 26s$  の約 2 秒間では、短周期の加速度と速度応答との周期が一致せず、エネルギー入力为正負で相殺している。時刻  $t=26s$  以降は、加速度が長周期化して固有周期と一致して共振現象が見られる。加速度と速度応答が逆符号で周期がほぼ一致し、ほぼ正のエネルギー入力で占められている。固有周期が  $T=3.16s$  と長周期であり、累積エネルギー入力は緩やかに増加する。

(4) K-NET 小千谷 (図 5,  $T=0.69s$ )

主要動の大部分で加速度と速度応答が逆符号で周期が一致しており、ほぼ正のエネルギー入力となっている。さらに、加速度の振幅レベルが極めて高いため、エネルギー入力も大きい。特に、時刻  $t=20.5 \sim 24s$  における波数は 5 波にも及んでおり、共振現象と見ることができる。

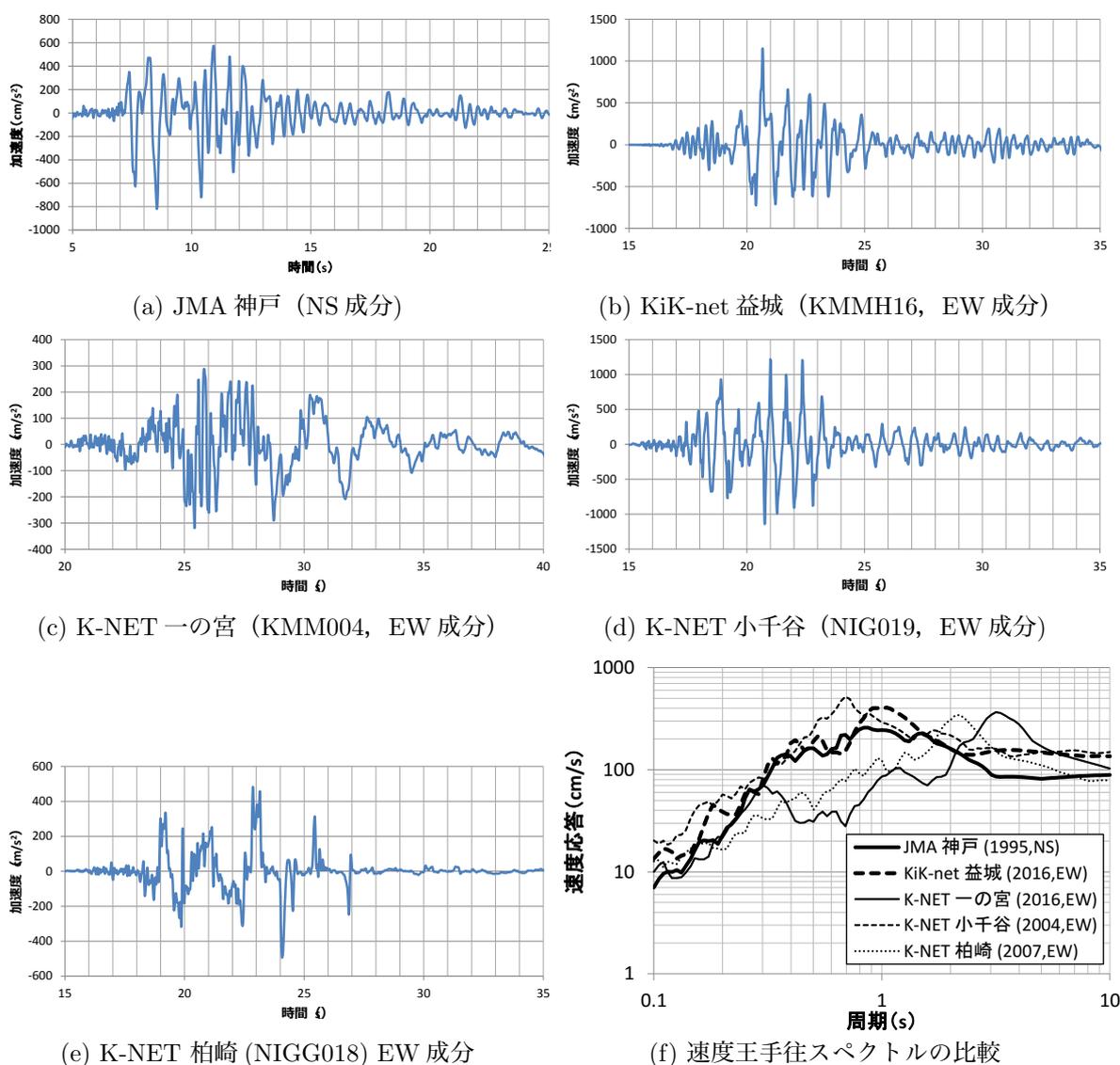


図 1 対象とした加速度波形とその速度応答スペクトルの比較 ( $h=0.05$ )

(5) K-NET 柏崎 (図 6,  $T=2.19s$ )

スパイク状の孤立的な加速度パルスがほぼ 1 秒間隔かつ正負交番で複数作用し、そのタイミングが速度応答の局所的ピークと一致している。局所的ピーク時にエネルギー入力急激な増加が見られ、累積エネルギー入力は階段状に増加している。

以上の 5 観測記録の累積エネルギー入力を図 7 に比較して示す。10 秒間の最大値で正規化した図 7(b) の累積エネルギーの勾配で比較を行う。JMA 神戸と KiK-net 益城ではほぼ同程度で最も急勾配であり、かなり衝撃的な入力であったことが伺える。累積エネルギー入力の最も大きい K-NET 小千谷については、勾配はやや大きいものの、JMA 神戸や KiK-net 益城ほどではない。これらに対して、K-NET 一の宮および K-NET 柏崎については、かなり緩勾配となっている。このように、累積エネルギー入力の時系列を比較することにより、地震動が構造物に及ぼした動的効果の特性を読み取ることが可能である。

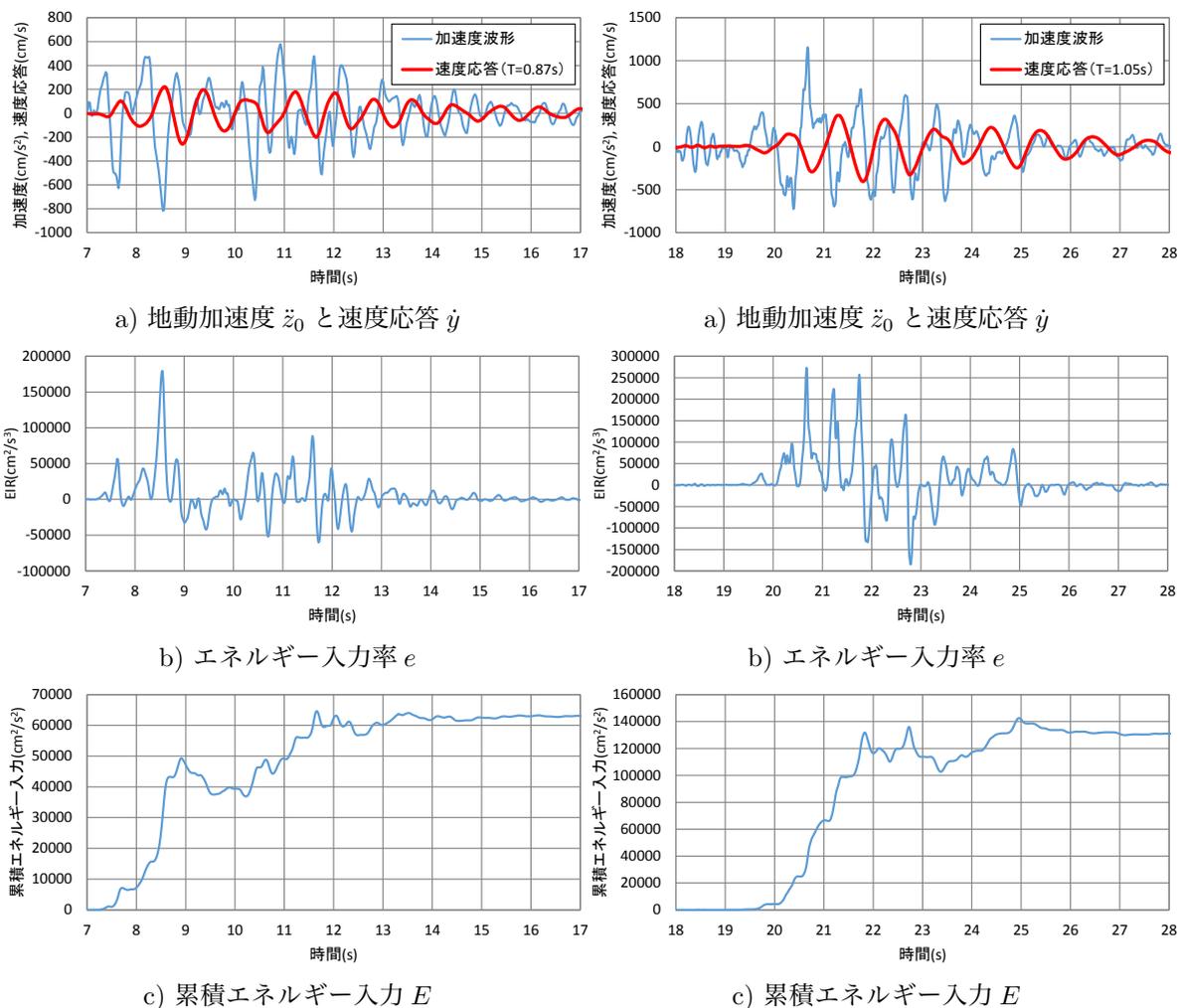


図 2 エネルギー入力に関する結果  
(JMA 神戸, NS 成分,  $T=0.87s$ ,  $h=0.05$ )

図 3 エネルギー入力に関する結果  
(KiK-net 益城, EW 成分,  $T=1.05s$ ,  $h=0.05$ )

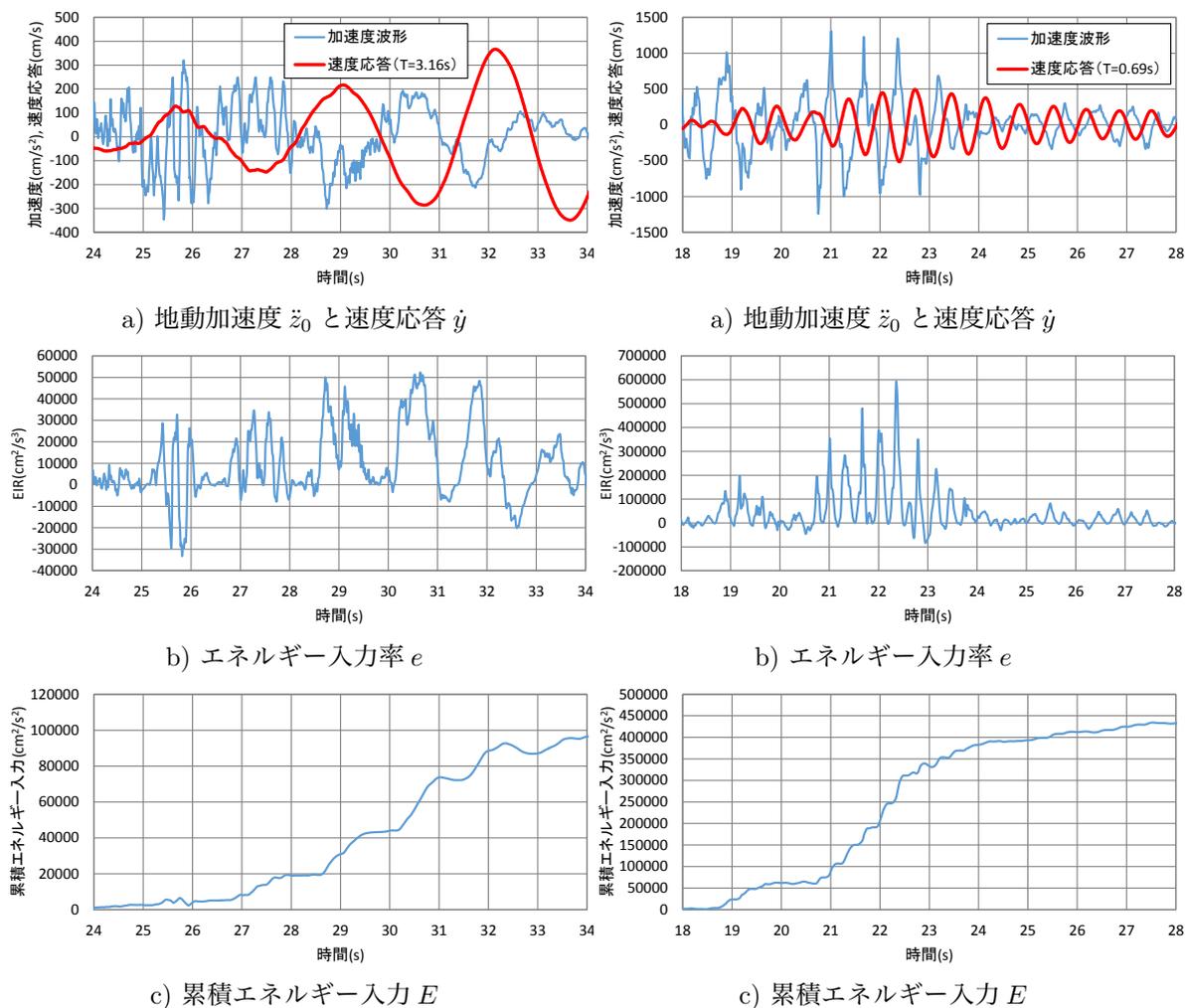


図4 エネルギー入力に関する結果  
(K-NET 一の宮 (EW 成分,  $T=3.16s$ ,  $h=0.05$ ))

図5 エネルギー入力に関する結果  
(K-NET 小千谷 (EW 成分,  $T=0.069s$ ,  $h=0.05$ ))

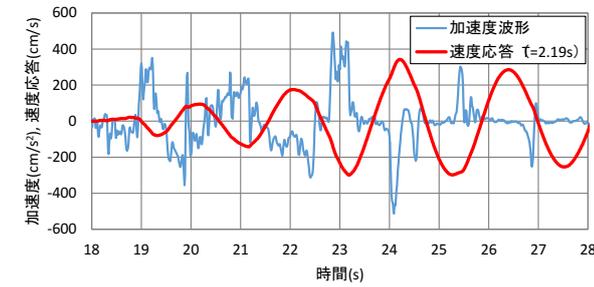
### 3. 入力エネルギーの集中度合いに関する評価

地震動がもたらす動的効果（衝撃的作用もしくは共振的作用）に関して、より定量的に考察を行うため、エネルギー入力に関する経時特性に基づいてエネルギーの集中度合いを定量化し、地震動の動的効果について考察する。まず、入力加速度  $\ddot{z}_0(\tau)$  の累積パワーは次式で表される。

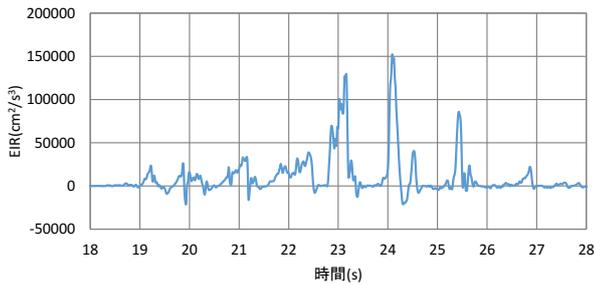
$$P_A(t) = \int_0^t \ddot{z}_0^2(\tau) d\tau \quad (6)$$

これを用いて、正規化累積パワー<sup>5)</sup>（“Husid plot” と呼ばれる）は次式で表される。

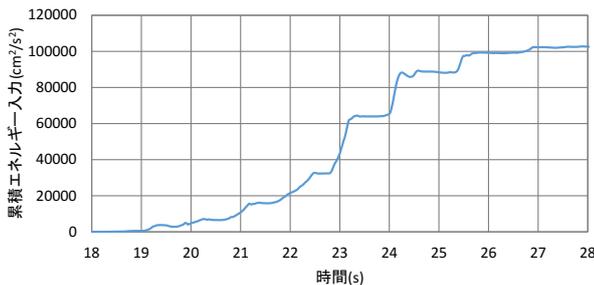
$$H_A(t) = 100 \frac{P_A(t)}{P_A(t_{end})} \quad (7)$$



(a) 地動加速度  $\ddot{z}_0$  と速度応答  $\dot{y}$

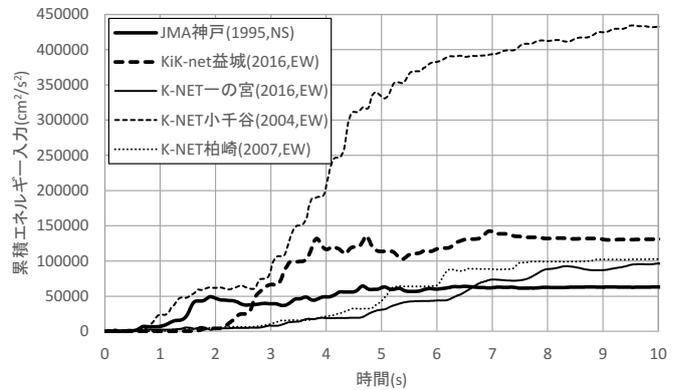


(b) エネルギー入力率  $e$

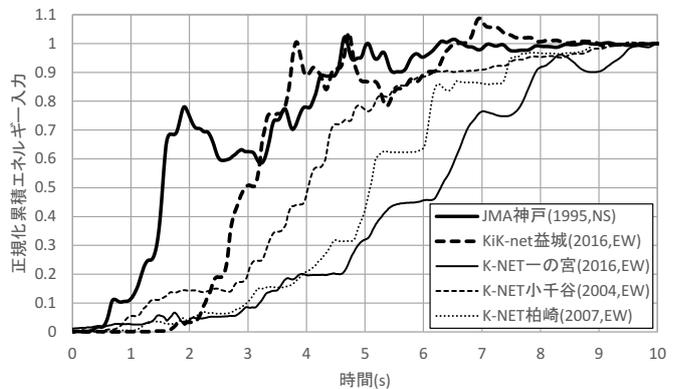


(c) 累積エネルギー入力  $E$

図6 エネルギー入力に関する結果  
(K-NET 柏崎, EW 成)  $T=2.19s, h=0.05$



(a) 10 秒間における実データ



(b) 10 秒間の最大値で正規化

図7 累積エネルギー入力の比較

ここに  $t_{end}$  全記録時間である。正規化累積パワーを 1%刻みで離散化し、99 個のパーセンタイル値を求め、

$$t_i = H_A^{-1}(i) \quad (i = 1 \dots 99) \tag{8}$$

これを用いて、正規化累積パワー  $a\% \sim b\%$  に相当する継続時間 (significant duration) は次式で求められる。

$$D_{a-b}[H_A] = t_b - t_a = H_A^{-1}(b) - H_A^{-1}(a) \tag{9}$$

図8 に正規化累積パワーの概念図を示す。

一方、エネルギー入力率は負値にもなり得ることから、図9 に示すように累積エネルギー入力は単調増加関数とはならない。従って、その逆関数は多価関数となり、パーセンタイル値が一意に定まらない。そこで、エネルギー入力率を符号に応じて分離し、正值と負値の累積エネルギー入力を別々に評価する。

$$P_{E+}(T, t) = \int_0^t \max\{-\ddot{z}_0(\tau)\dot{y}(\tau), 0\} d\tau \tag{10}$$

$$P_{E-}(T, t) = - \int_0^t \min\{-\ddot{z}_0(\tau)\dot{y}(\tau), 0\} d\tau \tag{11}$$

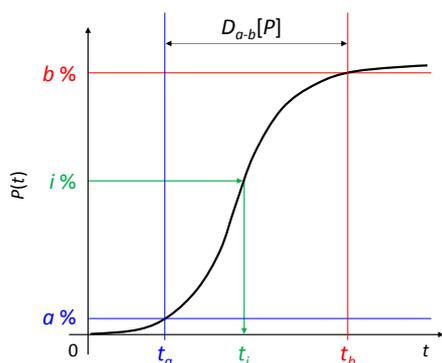
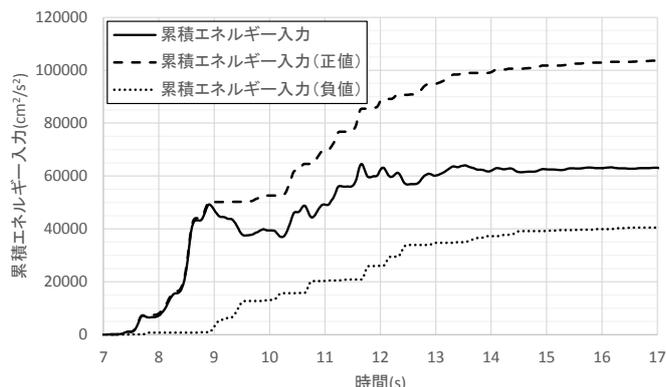


図8 正規化累積パワーの概念図

図9 EIRの正負に応じた累積エネルギー入力の変換  
(JMA 神戸 (NS 成分,  $T=0.87s$ ,  $h=0.05$ ))

正值と負値の累積エネルギー入力は、それぞれ図9に示すように単調非減少関数となる。このうち正值の累積エネルギー入力のみに着目して、式(7)と同様に正規化し、さらに式(9)と同様に  $a\% \sim b\%$  に相当する継続時間を算出する。

$$H_{E+}(T, t) = \frac{P_{E+}(T, t)}{P_{E+}(T, t_{\text{end}})} \quad (12)$$

$$D_{a-b}[H_{E+}(T)] = H_{E+}^{-1}(b) - H_{E+}^{-1}(a) \quad (13)$$

本研究では、これらの継続時間をエネルギー集中度合いの指標の一つとして検討する。

さらに、正規化累積パワーの継続時間の正規化累積エネルギー入力の継続時間に対する比を用いて、「エネルギー集中係数  $C_E$ 」を次式で定義する。

$$C_{E \ a-b}(T) = \frac{D_{a-b}[H_A]}{D_{a-b}[H_{E+}(T)]} = \frac{H_A^{-1}(b) - H_A^{-1}(a)}{H_{E+}^{-1}(b) - H_{E+}^{-1}(a)} \quad (14)$$

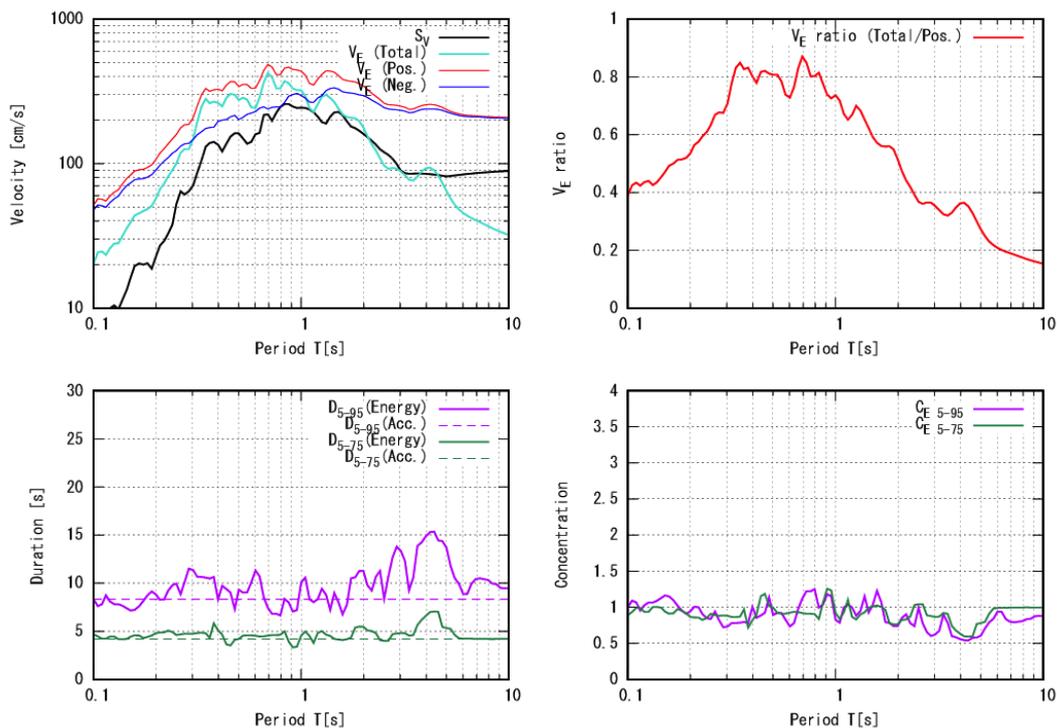
累積エネルギー入力の継続時間が相対的に短いほど大きな値をとり、エネルギーが短時間に集中していることを表す。本研究では、パルスが構造物に与える動的作用が衝撃的か、共振的かを判別するための定量的指標の候補として、エネルギー集中係数について検討する。

また、最終時刻での正の累積エネルギー入力に対するトータルの累積エネルギー入力に占める割合を、「エネルギー入力効率  $R_E$ 」として定義し、所定の継続時間を通じて、エネルギー入力が応答の増幅に寄与した割合を定量化する。

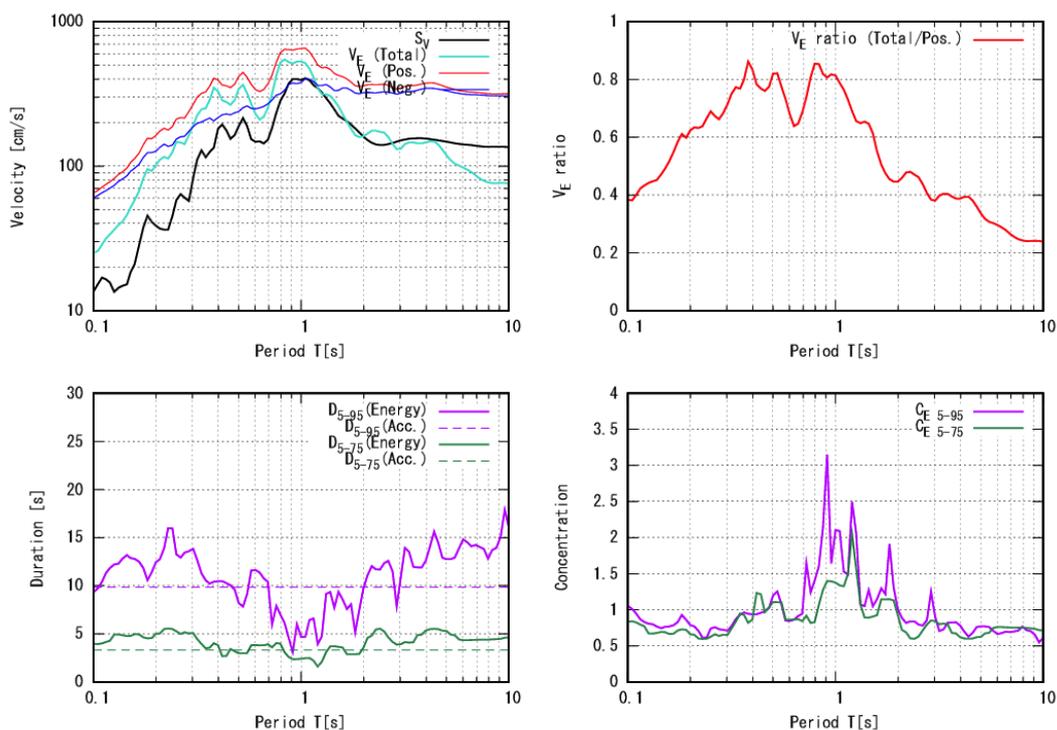
$$R_E(T) = \frac{P_{E+}(T, t_{\text{end}}) - P_{E-}(T, t_{\text{end}})}{P_{E+}(T, t_{\text{end}})} \quad (15)$$

2. と同じ5観測記録を対象とした結果を図10～図14に示す。各図においては、左上(a)、右上(b)、左下(c)、右下(d)の順に配置しており、各図が示す内容は以下のとおりである。

- (a) 速度応答スペクトル、および、トータル・正・負のエネルギースペクトル。
  - (b) エネルギー入力効率。
  - (c) 正規化累積パワーおよび正の正規化累積エネルギー入力の5～95%および5～75%継続時間(実線：正の正規化累積エネルギー入力、破線：加速度の正規化累積パワー)。
  - (d) 5～95%および5～75%継続時間に関するエネルギー集中係数。
- なお、本研究では最終時刻を  $t_{\text{min}} = 60s$  に統一した。



左上:(a) 速度応答スペクトルとエネルギースペクトル, 右上:(b) エネルギー入力効率  
 左下:(c) 継続時間, 右下:(d) エネルギー集中係数  
 図 10 JMA 神戸 (NS 成分,  $T=0.87s$ ,  $h=0.05$ )



左上:(a) 速度応答スペクトルとエネルギースペクトル, 右上:(b) エネルギー入力効率  
 左下:(c) 継続時間, 右下:(d) エネルギー集中係数  
 図 11 KiK-net 益紀 (KMMH16, EW 成分,  $h=0.05$ )

## (1) JMA 神戸 (図 10)

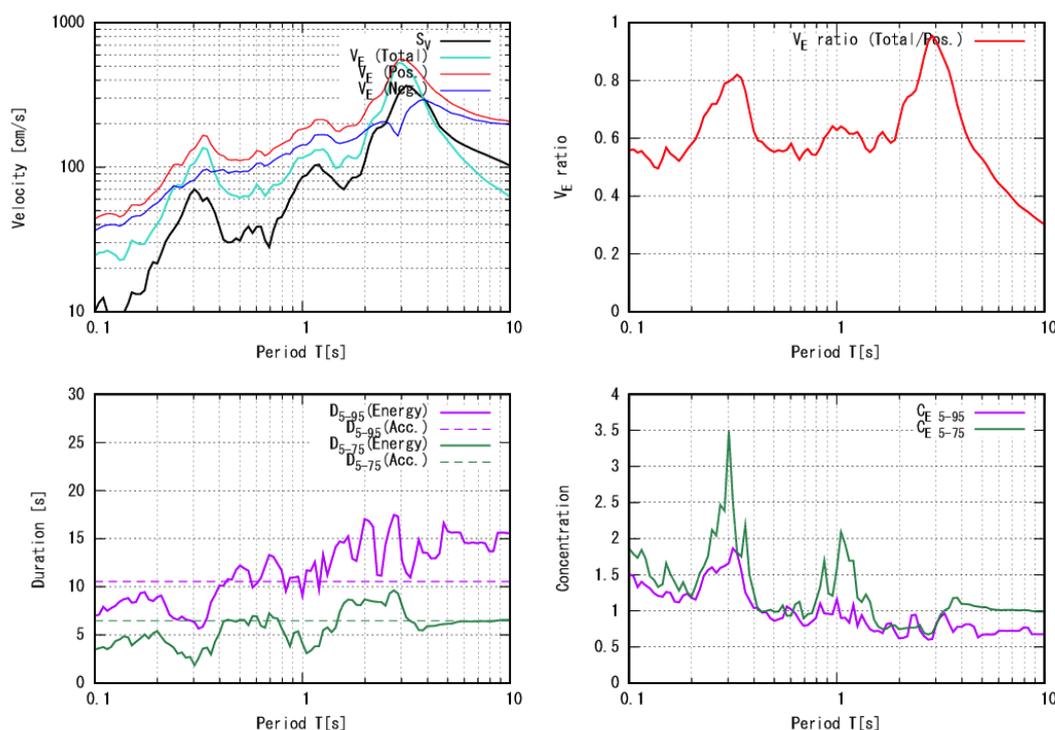
速度応答スペクトルとエネルギースペクトルはほぼ相似形となっている。卓越周期の  $T=0.9s$  付近ではエネルギー入力効率は 80% 近い値を示す。継続時間はエネルギー入力と加速度パワーで大きな差は見られず、 $D_{5-95}$  で 8s 程度、 $D_{5-75}$  で 4s 程度である。卓越周期の  $T=0.8s$  付近では衝撃的效果が予想されたが、全周期帯でエネルギー集中係数  $C_E$  は 1 前後である。継続時間は短時間であるものの、衝撃的效果を表現できていないとはいいがたい。この点で、式 (10) ~ (13) による継続時間の評価方法および式 (14) によるエネルギー集中係数の評価方法には、改善する余地があるといえる。

## (2) KiK-net 益城 (図 11)

速度応答スペクトルの卓越周期  $T=1.0s$  付近および  $T=0.4s$  付近では、エネルギー入力効率が 80% を超えている。卓越周期付近のエネルギー入力の継続時間は、加速度パワーの継続時間それを大きく下回り、 $D_{5-95}=4s$  程度、 $D_{5-75}=2s$  程度である。 $T=0.4\sim 2s$  の範囲の大部分ではエネルギー集中係数  $C_E$  が 1 を超える。特に  $T=1s$  前後の中周期帯では  $C_E$  が非常に高く、 $T=0.9s$  では  $C_{E5-95}$  は 3 を超える非常に高い値を示している。これはパルス波による衝撃的效果が顕著に表れている。

## (3) K-NET 一の宮 (図 12)

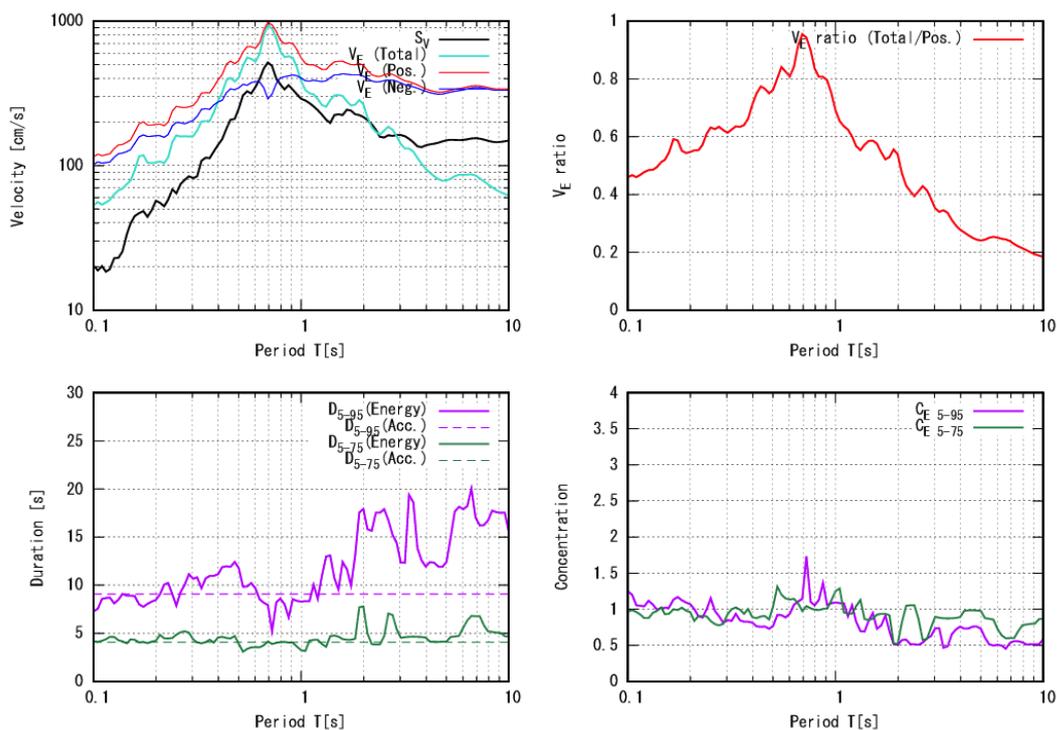
速度応答スペクトルの卓越周期  $T=3.2s$  付近および短周期側の  $T=0.3s$  付近では、エネルギー入力効率が 80% を超えている。それぞれ加速度波形の後半部分の長周期成分と、前半部分の小刻みなパルスが、逆符号で速度応答と調和的に振動したためと考えられる。 $T=0.3s$  付近のエネルギー入力の継続時間は



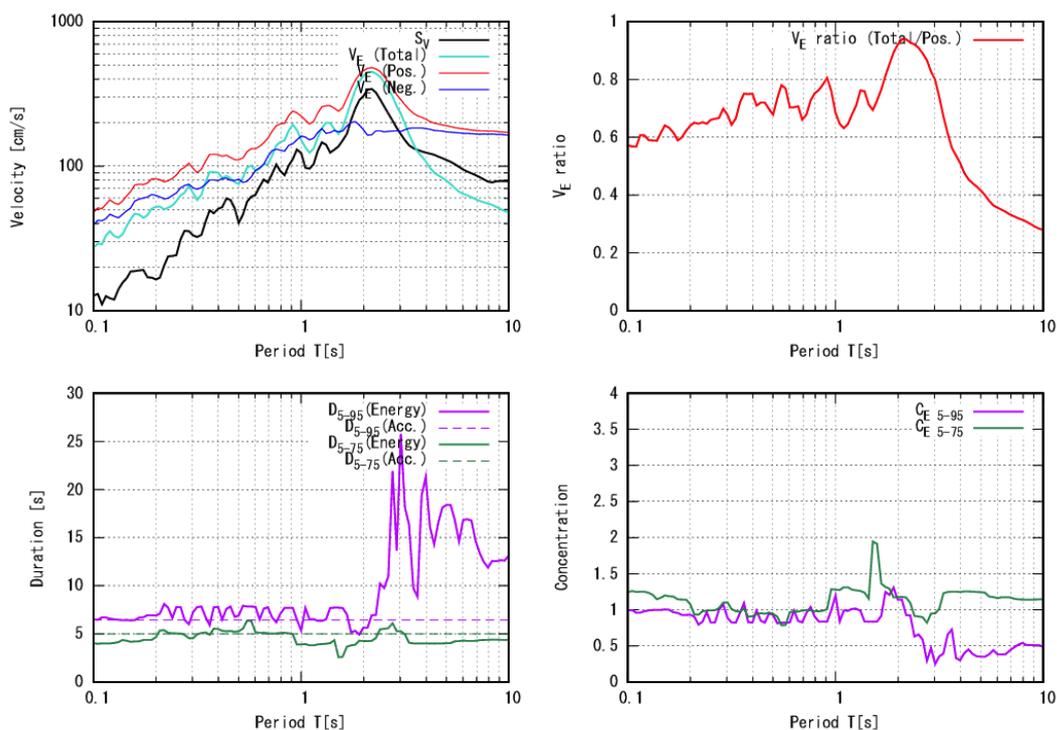
左上:(a) 速度応答スペクトルとエネルギースペクトル, 右上:(b) エネルギー入力効率

左下:(c) 継続時間, 右下:(d) エネルギー集中係数

図 12 K-NET 一の宮 (KMM001, EW 成分,  $h=0.05$ )



左上:(a) 速度応答スペクトルとエネルギースペクトル, 右上:(b) エネルギー入力効率  
 左下:(c) 継続時間, 右下:(d) エネルギー集中係数  
 図 13 K-NET 小千谷 (NIG019, EW 成分,  $h=0.05$ )



左上:(a) 速度応答スペクトルとエネルギースペクトル, 右上:(b) エネルギー入力効率  
 左下:(c) 継続時間, 右下:(d) エネルギー集中係数  
 図 14 K-NET 柏崎 (NIG018, EW 成分,  $h=0.05$ )

$D_{5-95}=6\text{s}$  程度,  $D_{5-75}=2\text{s}$  程度と, 加速度パワーのそれを大きく下回り, エネルギー集中係数  $C_E$  がともに高いことから, 短周期については衝撃的效果があったと推察される. 一方, 長周期側ではエネルギー集中係数  $C_E$  が 1 を下回っており, 共振的效果による応答増幅があったと推察される.

#### (4) K-NET 小千谷 (図 13)

速度応答スペクトルの卓越周期  $T=0.7\text{s}$  付近で負のエネルギースペクトルが大きく落ち込み, エネルギー入力効率は極めて高く 90% を超えている. 全周期帯でみると, エネルギー入力の継続時間は, 加速度パワーの継続時間とほぼ同等程度かやや長い. 卓越周期付近のみ  $D_{5-95}=5\text{s}$  程度と短く, このためエネルギー集中係数  $C_{E5-95}=1.7$  程度とやや大きいものの,  $D_{5-75}=4\text{s}$  程度で  $C_{E5-75}=1$  程度となっている. これらの結果を踏まえると, 卓越周期  $T=0.7\text{s}$  付近においては, 衝撃的效果というよりも共振的效果の方が優勢であったと考えられる.

#### (5) K-NET 柏崎 (図 14)

速度応答スペクトルの卓越周期  $T=2.2\text{s}$  ではエネルギー入力効率が 90% を超えている. スパイク状のパルス入力と速度応答が逆符号で, かつ周期が一致する状態が続いたためである. 継続時間については, 長周期における  $D_{5-95}$  が非常に長く, 卓越周期付近では累積パワーの継続時間の 3 倍以上の長さになっており, エネルギー集中係数  $C_E$  は 0.5 を下回る. 累積エネルギー入力が徐々に増加し, 共振的な作用をもたらしたといえる.  $C_{E5-75}$  の方が大きな値を示す傾向にあり, 75 ~ 95% までの累積エネルギー入力の増加が緩やかであったことを反映している.

## 4. 結語

本研究では, 強震動が構造物応答にもたらす動的效果を明らかにすることを目的として, 線形 1 自由度系へのエネルギー入力に着目し, 累積エネルギー入力およびエネルギー入力率に基づく考察を行った. 速度応答と加速度入力の積により定義される単位質量あたりのエネルギー入力が, 応答の時刻歴に与える影響について考察を行うとともに, 地震動要素としてのパルス波形がもたらす作用について考察を行った. さらに, エネルギー入力の継続時間と, 加速度の累積パワーに基づく継続時間との比較を通じて, エネルギーの集中度合いについて考察し, エネルギー集中係数でその定量的評価を行った.

本研究では正值のエネルギーに入力のみに着目した累積エネルギーを用いたが, 加速度波形の末端部分までのエネルギー入力を考慮しているため, 局所的で急激なエネルギー入力の効果をやや過小評価する傾向にあると考えられる. 従って, パルスの作用が衝撃的か共振的かを判別するための定量的指標としては, さらに改善が必要と考えられ, 今後の検討課題としたい.

謝辞本研究では, 国立研究開発法人 防災科学技術研究所の K-NET および KiK-net による強震記録を使用させていただいた. 記して謝意を表する次第である.

#### 参考文献

1. 秋山宏: エネルギーの釣合に基づく建築物の耐震設計, 技報堂出版, 228p., 1999.11.
2. 加藤勉, 秋山宏: 強震による構造物へのエネルギー入力と構造物の損傷, 日本建築学会論文報告集, 第 235 号, pp.9-18, 1975.9.
3. 大井謙一, 高梨晃一, 本間靖章: 地震動のエネルギー入力率スペクトル, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 420 号, pp.1-7, 1991.2.
4. 井上範夫, 堀則男, 中村孝也: RC 構造物の応答に対する地震動のエネルギー入力性状の影響, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.19, No.2, pp.531-536, 1997.
5. Trifunac, M. D. and Brady, A. G.: A Study on the Duration of Strong Earthquake Ground Motion, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol.65, No.3, pp.581-626, 1975.